

# Potenz- und Logarithmusgesetze

Die untenstehenden Formeln sollten auswendig gelernt werden!

## Potenzgesetze

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b} \quad (1)$$

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x^a} = x^{-a} \quad (3)$$

## Logarithmusgesetze

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b) \quad (4)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) \quad (5)$$

$$\ln(x^a) = a \cdot \ln(x) \quad (6)$$

Zudem sollte man wissen:

$$e^{\ln x} = x \quad (7)$$

$$\ln(e) = 1 \quad (8)$$

$$\ln(1) = 0 \quad (9)$$

## Anwendung

Die Gesetze dienen unter anderem der Vereinfachung, so ist z.B.

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{1}{2}\right) &= \ln(2^{-1}) \\ &= -\ln(2) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \ln(8) &= \ln(2^3) \\ &= 3 \cdot \ln(2). \end{aligned}$$

Sie erlauben es aber auch, Exponentialgleichungen zu lösen, z.B.

$$\begin{aligned}3^x &= 2 \quad | \ln \\ \ln(3^x) &= \ln(2) \\ x \cdot \ln(3) &= \ln(2) \\ x &= \frac{\ln(2)}{\ln(3)}\end{aligned}$$

oder die etwas komplizierte Gleichung

$$\begin{aligned}a \cdot e^{bx+c} &= d \quad | \ln \\ \ln(a \cdot e^{bx+c}) &= \ln(d) \\ \ln(a) + \ln(e^{bx+c}) &= \ln(d) \\ (bx+c) \cdot \underbrace{\ln(e)}_1 &= \ln(d) - \ln(a) \\ bx+c &= \ln\left(\frac{d}{a}\right) \\ bx &= \ln\left(\frac{d}{a}\right) - c \\ x &= \frac{1}{b} \left[ \ln\left(\frac{d}{a}\right) - c \right].\end{aligned}$$

Mittels der Gesetze lässt sich jede Exponentialfunktion als e-Funktion darstellen, z.B.:

$$\begin{aligned}f(x) &= 2 \cdot 3^x \\ &= 2 \cdot (e^{\ln 3})^x \\ &= 2 \cdot e^{\ln 3 \cdot x}\end{aligned}$$